



Galleria San Marco 4  
33170 Pordenone  
Tel. 0434 28465  
Fax 0434 28466  
E-mail [info@csi-italia.eu](mailto:info@csi-italia.eu)  
<http://www.csi-italia.eu>



**CSi Italia – Webinar – 17/02/2016 – ore 10:30**  
**Effetti del secondo ordine, verifica delle strutture**  
**in acciaio, confronto AISC - EC**

A cura di:

**Ing. Leonardo Bandini** [leonardo@csi-italia.eu](mailto:leonardo@csi-italia.eu)

**Mob. 347.1921706**

**Ing. Andrea Bidoli** [andrea@csi-italia.eu](mailto:andrea@csi-italia.eu)

**CSi Italia, Tel. 0434.28465**

**SAP2000**  
**ETABS**  
**VIS**

## VERIFICA DI STABILITA' - AISC360-10

Nella **AISC360-10** sono previsti 7 diversi approcci al problema del progetto per instabilità delle strutture. I 7 approcci possono essere racchiusi in due macro metodi:

- 1. Analisi Diretta;**
- 2. Metodi Alternativi;**

Nella analisi diretta si demanda alle procedure di analisi il compito di comprendere gli effetti del secondo ordine e le imperfezioni. Questo metodo non ha limiti applicativi. E' il metodo meno approssimato al problema dell'instabilità.

I Metodi Alternativi, a loro volta divisi in “**Metodo di Lunghezza Effettiva**” ed “**Analisi limitata al primo Ordine**”, definiscono dei metodi approssimati per la soluzione del problema dell'instabilità delle strutture, e delle parti di esse, hanno dei limiti applicativi.

## I 7 POSSIBILI APPROCCI AL PROBLEMA DELL'INSTABILITA' - AISC360-2010

1. Analisi generale elastica del secondo ordine, con fattore di riduzione delle rigidezze,  $\tau_b$ , variabile.
2. Analisi generale elastica del secondo ordine, con fattore di riduzione delle rigidezze,  $\tau_b$ , fisso.
3. Analisi elastica con amplificazione dei momenti del primo ordine, con fattore di riduzione delle rigidezze,  $\tau_b$ , variabile.
4. Analisi elastica con amplificazione dei momenti del primo ordine, con fattore di riduzione delle rigidezze,  $\tau_b$ , fisso.
5. Metodo della lunghezza equivalente basato su una analisi elastica del secondo ordine.
6. Metodo della lunghezza equivalente basato su una analisi elastica amplificata del primo ordine.
7. Analisi limitata al primo ordine.

## METODI DELL' ANALISI DIRETTA - AISC360-2010, P- $\Delta$ e P- $\delta$

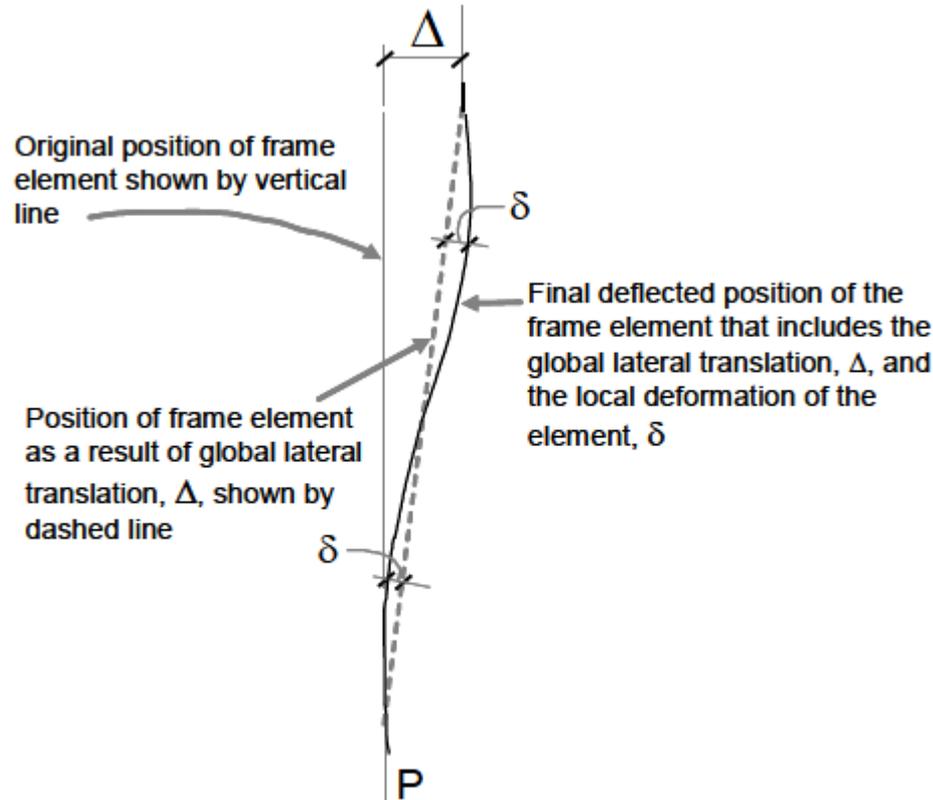


Figure 2-1 System sway and element order effects

Nella stabilità delle strutture o parti di esse si devono mettere in conto:

1. effetti P- $\Delta$  ed P- $\delta$ ;
2. Imperfezioni geometriche;
3. riduzioni di rigidità dovute ai fenomeni plastici.

Tutti gli effetti dipendenti dai carichi devono essere calcolati con riferimento alle combinazioni LRFD o 1.6 ASD.

Le imperfezioni geometriche possono essere computate deformando la struttura nella direzione più sfavorevole (buckling mode) o attraverso carichi di tipo **Notional**.

## METODI DELL' ANALISI DIRETTA - AISC360-2010, P- $\Delta$ e P- $\delta$

### Richieste generali di analisi.

1. Le analisi devono considerare gli effetti deformativi indotti dalle azioni flessionali, a taglio ed assiali sugli elementi strutturali, le deformazioni delle connessioni. Le analisi devono comprendere le riduzioni delle rigidezze delle membrature per effetti inelastici. Le imperfezioni geometriche (fuori piombo degli elementi strutturali).
2. Le analisi devono tenere in conto degli effetti del secondo ordine, sia a livello globale della struttura (P- $\Delta$ ) sia a livello locale delle membrature (P- $\delta$ ). Questi effetti devono essere calcolati per carichi fattorizzati allo SLU (LRFD), oppure 1.6 volte i carichi in combinazioni valide per le tensioni ammissibili (ASD). In alcuni contesti si può trascurare P- $\delta$ , introducendo dei fattori moltiplicativi alternativi le sollecitazioni (B1).
3. Tutti i carichi gravitativi e gli altri devono essere messi in conto per i problemi di stabilità.

## METODI DELL' ANALISI DIRETTA - AISC360-2010, P-Δ e P-δ

### Imperfezioni geometriche iniziali.

1. Le analisi devono includere le imperfezioni iniziali, modellando direttamente esse, oppure adottando sistemi di forze equivalenti denominati “**Notional Load**”. Le deformazioni iniziali devono essere compatibili con il “**Code of Standard Practice**”. Di norma si ha un fuori piombo di 1/500H.
2. Per modellare direttamente le imperfezioni, si applica una distorsione ai modelli di calcolo, applicando sui nodi una traslazione rispetto alla verticalità. Questa traslazione deve essere fatta considerando la peggiore configurazione, nelle due direzioni e nei due versi. Il modo più corretto è deformare la struttura sulla base delle forme d'instabilità globale: autovettori delle forme di Buckling.
3. In alternativa si devono applicare dei Carichi Equivalenti (Notional Loads) sempre nelle due direzioni e nei due versi. Questi carichi vanno applicati in modo proporzionale ai carichi verticali.

$$N_i = 0.002 \alpha Y_i \quad (C2-1)$$

where

$\alpha = 1.0$  (LRFD);  $\alpha = 1.6$  (ASD)

$N_i$  = notional load applied at level  $i$ , kips (N)

$Y_i$  = gravity load applied at level  $i$  from the *LRFD load combination* or *ASD load combination*, as applicable, kips (N)

## METODI DELL' ANALISI DIRETTA - AISC360-10, P- $\Delta$ e P- $\delta$

### Modifica della rigidezza per effetti inelastici.

1. Metodo del fattore costante: si adotta una riduzione costante della rigidezza degli elementi strutturali per effetti assiali e flessionali del 20%, moltiplicando per 0.8 i termini: EA, EJ.
2. Metodo dei fattori di abbattimento variabile: si adottano dei coefficienti riduttivi delle rigidezze dipendenti dallo stato di tensione. Più le sollecitazioni di progetto si avvicinano a quelle plastiche maggiore è l'abbattimento delle rigidezze per effetti inelastici.

(a) When  $\alpha P_r/P_y \leq 0.5$

$$\tau_b = 1.0 \quad (C2-2a)$$

(b) When  $\alpha P_r/P_y > 0.5$

$$\tau_b = 4(\alpha P_r/P_y)[1 - (\alpha P_r/P_y)] \quad (C2-2b)$$

where

$\alpha = 1.0$  (LRFD);  $\alpha = 1.6$  (ASD)

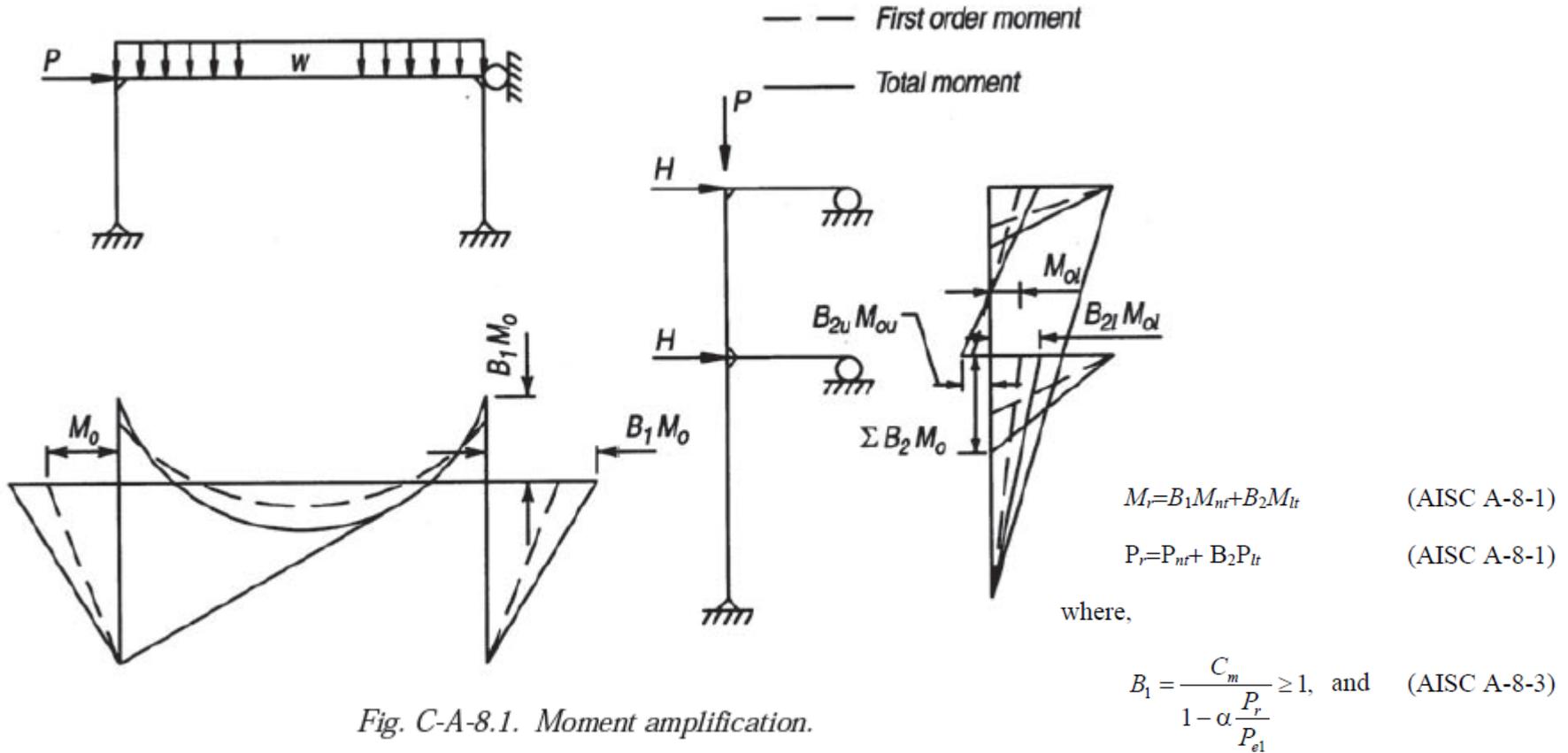
$P_r$  = required axial compressive strength using *LRFD* or *ASD load combinations*, kips (N)

$P_y$  = axial *yield strength* (=  $F_y A_g$ ), kips (N)

**User Note:** Taken together, sections (1) and (2) require the use of  $0.8\tau_b$  times the nominal elastic flexural stiffness and 0.8 times other nominal elastic stiffnesses for *structural steel* members in the analysis.

# FATTORI DI AMPLIFICAZIONE DEI MOMENTI - AISC360-10

## analisi approssimata del secondo ordine – Appendice 8 AISC360-10



**ATTENZIONE,  
 B2 NON PUO' ESSERE CALCOLATO AUTOMATICAMENTE**

# METODI ALTERNATIVI PER IL PROGETTO ALL'INSTABILITA' - AISC360-10

## Metodo della lunghezza effettiva (Effective length method)

1. Si utilizza la rigidezza nominale degli elementi strutturali e la geometria nominale.
2. Si calcolano le lunghezze libere di inflessione degli elementi strutturali nelle ipotesi di struttura a nodi fissi o struttura a nodi spostabili utilizzando i due differenti diagrammi di Wood (alignment charts). Si introducono così due fattori moltiplicativi della lunghezza degli elementi denominati:  $K_1$  (associati a nodi fissi) e  $K_2$  (associati a nodi spostabili).

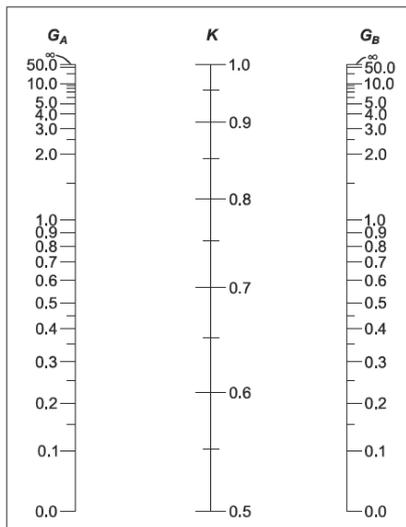


Fig. C-A-7.1. Alignment chart—sidesway inhibited (braced frame).

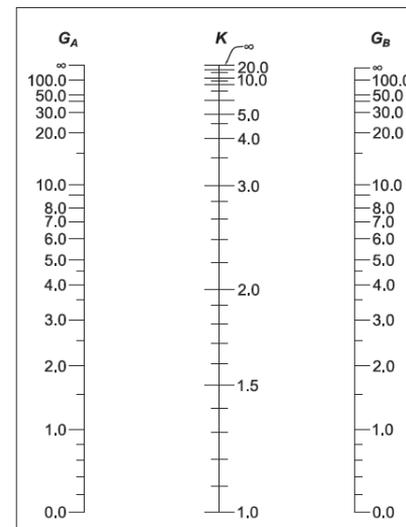


Fig. C-A-7.2. Alignment chart sidesway—uninhibited (moment frame).

## METODI ALTERNATIVI PER IL PROGETTO ALL'INSTABILITA' - AISC360-10

### Metodo della lunghezza effettiva (Effective length method)

A sua volta questo metodo può essere calcolato:

1. con un'analisi al secondo ordine, utilizzando i fattori amplificativi delle azioni unitari:  $B1 = 1$  e  $B2 = 1$  ed utilizzando i fattori di lunghezza libera, come definito precedentemente, per il calcolo delle resistenze.
2. Con un'analisi al primo ordine, utilizzando i fattori amplificativi delle azioni  $B1$  e  $B2$  calcolati rispettivamente nelle condizioni di lunghezza libera ottenuta con  $K1$  e  $K2$ , ed utilizzando i fattori di lunghezza libera, come definito precedentemente, per il calcolo delle resistenze.

Entrambi i metodi basati sulle lunghezze libere d'inflessione possono essere utilizzati con limiti determinati dagli effetti deformativi e di carico sul secondo ordine.

$$\frac{\Delta_{2nd}}{\Delta_{1st}} \leq 1.5$$

(for all stories)

$$\frac{\alpha P_r}{P_y} = any$$

(for all columns)

# METODI ALTERNATIVI PER IL PROGETTO ALL'INSTABILITA' - AISC360-10

## Metodo dell'analisi limitata al primo ordine

1. Non si applicano riduzioni delle rigidezze.
2. Si utilizzando i K2 per la determinazione delle resistenze.

Metodo approssimato che può essere utilizzato con limiti determinati dagli effetti deformativi e di carico sul secondo ordine e quando le resistenze per effetti dell'instabilità sono inferiori alla metà dei valori di resistenza plastici.

$$\frac{\Delta_{2nd}}{\Delta_{1st}} \leq 1.5 \quad \frac{\alpha P_r}{P_y} \leq 0.5$$

(for all stories)      (for all columns)

## I 7 POSSIBILI APPROCCI AL PROBLEMA DELL'INSTABILITA' - AISC360-2010

1. Analisi generale elastica del secondo ordine, con fattore di riduzione delle rigidezze,  $\tau_b$ , variabile.
2. Analisi generale elastica del secondo ordine, con fattore di riduzione delle rigidezze,  $\tau_b$ , fisso.
3. Analisi elastica con amplificazione dei momenti del primo ordine, con fattore di riduzione delle rigidezze,  $\tau_b$ , variabile.
4. Analisi elastica con amplificazione dei momenti del primo ordine, con fattore di riduzione delle rigidezze,  $\tau_b$ , fisso.
5. Metodo della lunghezza equivalente basato su una analisi elastica del secondo ordine.
6. Metodo della lunghezza equivalente basato su una analisi elastica amplificata del primo ordine.
7. Analisi limitata al primo ordine.

# METODI DI ANALISI - AISC360-2010 – ANALISI DIRETTA

Direct Analysis Method			
Option	Variable	Limitation or Applicability	Essentials of the Method
General Second Order Analysis	Variable Factor Stiffness Reduction	No limitation	<p>2nd Order Analysis Reduced stiffness  <math>EI^* = 0.8\tau_b EI</math>  <math>EA^* = 0.8EA</math></p> $\tau_b = \begin{cases} 1.0 & \text{for } \frac{\alpha P_r}{P_y} \leq 0.5 \\ 4 \left( \frac{\alpha P_r}{P_y} \right) \left( 1 - \frac{\alpha P_r}{P_y} \right) & \text{for } \frac{\alpha P_r}{P_y} \geq 0.5 \end{cases}$ <p><math>B_1</math> and <math>B_2</math> not used  <math>K_2 = 1</math> (used for <math>P_n</math>)</p> <p>Notional load with all combos, except for <math>\Delta_{2nd}/\Delta_{1st} \leq 1.7</math> for which notional load with gravity combos only                      Notional load coefficient = 0.002 (typically)</p>
	Fixed Factor Stiffness Reduction	No limitation	<p>2nd Order Analysis Reduced stiffness  <math>EI^* = 0.8\tau_b EI</math>  <math>EA^* = 0.8EA</math></p> <p><math>\tau_b = 1.0</math></p> <p><math>B_1</math> and <math>B_2</math> not used  <math>K_2 = 1</math> (used for <math>P_n</math>)</p> <p>Notional load with all combos, except for <math>\Delta_{2nd}/\Delta_{1st} \leq 1.7</math> for which notional load with gravity combos only                      Notional load coefficient = 0.003 (typically)</p>

## METODI DI ANALISI - AISC360-2010 – ANALISI DIRETTA

Amplified First Order Analysis	Variable Factor Stiffness Reduction	No limitation	<p>1st Order Analysis Reduced Stiffness</p> $EI^* = 0.8\tau_b EI$ $EA^* = 0.8EA$ $\tau_b = \begin{cases} 1.0 & \text{for } \frac{\alpha P_r}{P_y} \leq 0.5 \\ 4 \left( \frac{\alpha P_r}{P_y} \right) \left( 1 - \frac{\alpha P_r}{P_y} \right) & \text{for } \frac{\alpha P_r}{P_y} \geq 0.5 \end{cases}$ $K_1 = 1 \text{ for } B_1$ $K_2 = 1 \text{ for } P_n \text{ and } B_2$ <p>Notional load with all combos, except for <math>\Delta_{2nd} / \Delta_{1st} \leq 1.7</math> for which notional load with gravity combos only Notional load coefficient = 0.002 (typically)</p>
--------------------------------	-------------------------------------	---------------	---

Option	Variable	Limitation or Applicability	Essentials of the Method
Amplified First Order Analysis	Fixed Factor Stiffness Reduction	No limitation	<p>1st Order Analysis Reduced stiffness</p> $EI^* = 0.8\tau_b EI$ $EA^* = 0.8EA$ $\tau_b = 1.0$ $K_1 = 1 \text{ for } B_1 \quad K_2 = 1 \text{ for } P_n \text{ and } B_2$ <p>Notional load with all combos, except for <math>\Delta_{2nd} / \Delta_{1st} \leq 1.7</math> for which notional load with gravity combos only Notional load coefficient = 0.003 (typically)</p>

## METODI DI ANALISI - AISC360-2010 – LUNGHEZZA EQUIVALENTE

Effective Length Method		
Option	Limitation or Applicability	Essentials of the Method
General Second Order Elastic Analysis	$\frac{\Delta_{2nd}}{\Delta_{1st}} \leq 1.5$ (for all stories)  $\frac{\alpha P_r}{P_y} = any$ (for all columns)	2nd Order Analysis Unreduced Stiffness $K = K_2$ (used for $P_n$ )  Notional load with gravity combos only Notional load coefficient = 0.002 (typically)  $B_1 = 1$  $B_2 = 1$
Amplified First Order Analysis	$\frac{\Delta_{2nd}}{\Delta_{1st}} \leq 1.5$ (for all stories)  $\frac{\alpha P_r}{P_y} = any$ (for all columns)	1st Order Analysis Unreduced stiffness $K_1$ for $B_1$ $K_2$ for $B_2$ $K = K_2$ (used for $P_n$ )  Notional load with gravity combos only Notional load with coefficient = 0.002 (typically)  Use of $B_1$ and $B_2$

## METODI DI ANALISI - AISC360-2010 – ANALISI LIMITATA AL PRIMO ORDINE

Limited First Order Analysis		
Limited First Order Elastic Analysis	$\frac{\Delta_{2nd}}{\Delta_{1st}} \leq 1.5$ (for all stories)	1st Order Analysis Unreduced stiffness $K_2$ for $P_n$ (not $B_2$ ) Notional load with all combos
	$\frac{\alpha P_r}{P_y} \leq 0.5$ (for all columns)	Notional load with coefficient = $(2)\alpha\left(\frac{\Delta}{L}\right) \geq 0.0042$

## APPROCCI ALL'ANALISI D'INSTABILITA' – NTC08/EC

Gli approcci al problema dell'instabilità si dividono in due macro famiglie: approcci lineari, approcci non lineari.

Approcci lineari:

- Analisi lineare del primo ordine e verifica mediante effective length method
- Analisi di Buckling finalizzata alla ricerca del carico critico Euleriano

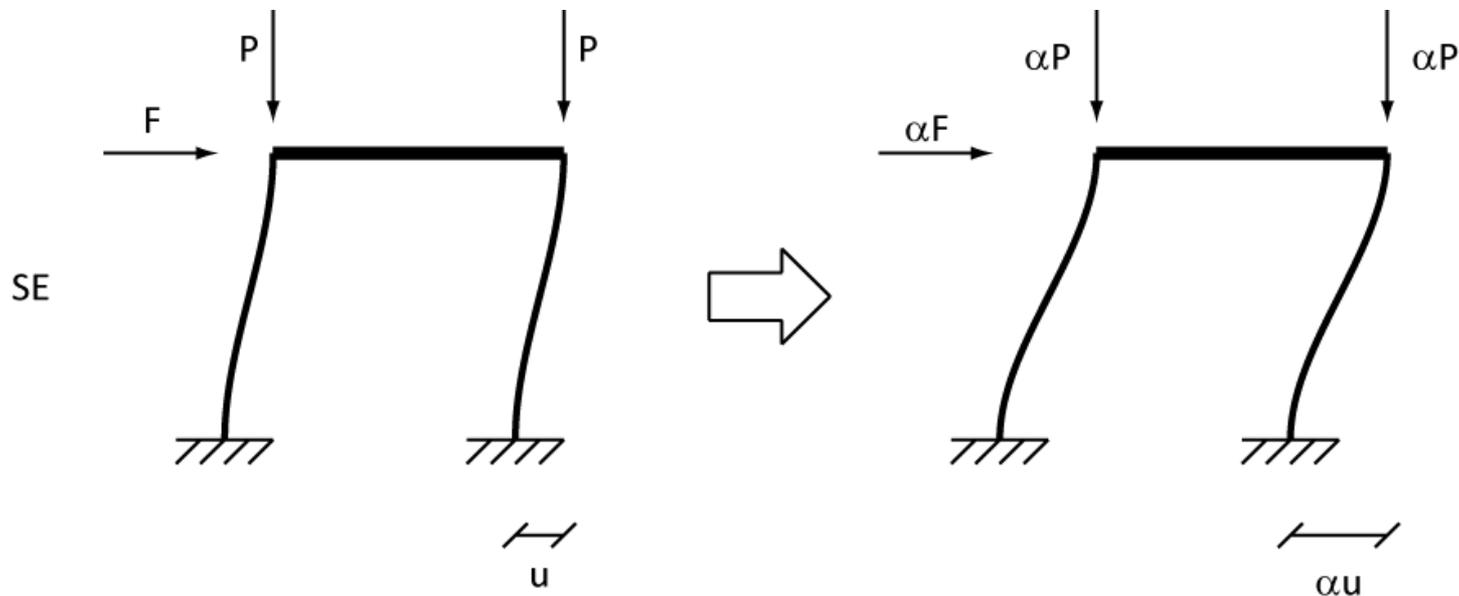
Approcci non lineari:

- Analisi statica non lineare con effetto P-Delta
- Analisi statica non lineare con effetto P-Delta e Grandi Spostamenti

## INTRODUZIONE

Quando i carichi agenti su una struttura sono di bassa entità e le deformazioni associate risultano “piccole”, la relazione forza – deformazione per le componenti strutturali risulta lineare.

Il concetto di linearità si traduce in una proporzionalità diretta fra causa ed effetto:



Se una struttura ha un comportamento lineare:

- le equazioni di equilibrio possono essere riferite alla configurazione indeformata
- è valido il principio di sovrapposizione degli effetti

La validità di tali proprietà permette di semplificare notevolmente i metodi di analisi e le procedure di calcolo.

Qualora le ipotesi di comportamento lineare della struttura non fossero soddisfatte (carichi elevati e/o grandi deformazioni) la struttura avrà un comportamento non lineare e le proprietà precedentemente evidenziate non risulteranno più valide.

## TIPOLOGIE DI NON LINEARITÀ

Una risposta strutturale di tipo non lineare può essere causata da diversi effetti:

- EFFETTO P-DELTA (o effetto dovuto a carichi elevati)
- GRANDI SPOSTAMENTI

Non linearità  
Geometriche

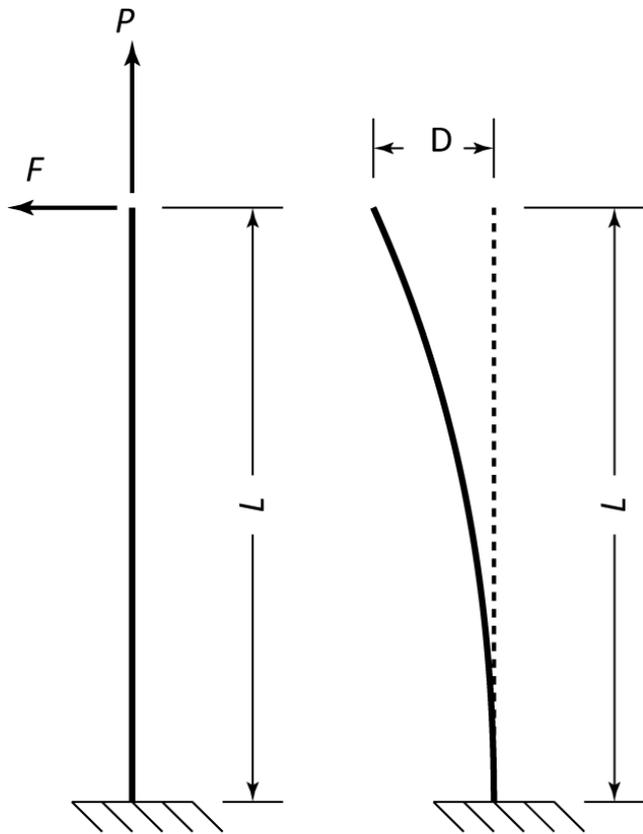
- NON LINEARITÀ DI MATERIALE
- ALTRE TIPOLOGIE DI NON LINEARITÀ (non linearità di carico, non linearità delle condizioni al contorno...)

## NON LINEARITÀ GEOMETRICHE: EFFETTO P-DELTA

L'effetto P-Delta si riferisce alla non linearità geometrica, causata dall'influenza di forti azioni assiali sul comportamento flessionale e tagliante degli elementi e sulla modifica della rigidità degli elementi a seguito di queste forze assiali.

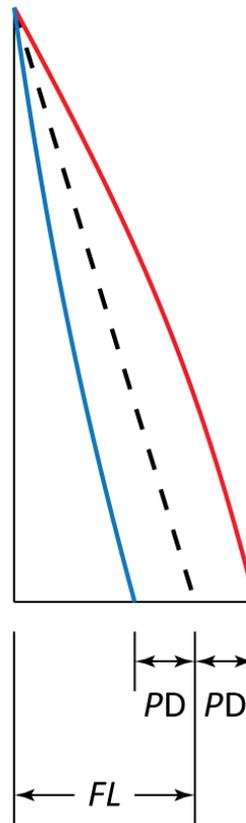
Con riferimento alle deformazioni trasversali, le azioni di compressione rendono gli elementi più flessibili, viceversa le azioni di trazione conferiscono una maggiore rigidità.

Azioni assiali di forte entità hanno una notevole influenza sul campo di spostamenti e di sollecitazioni degli elementi.



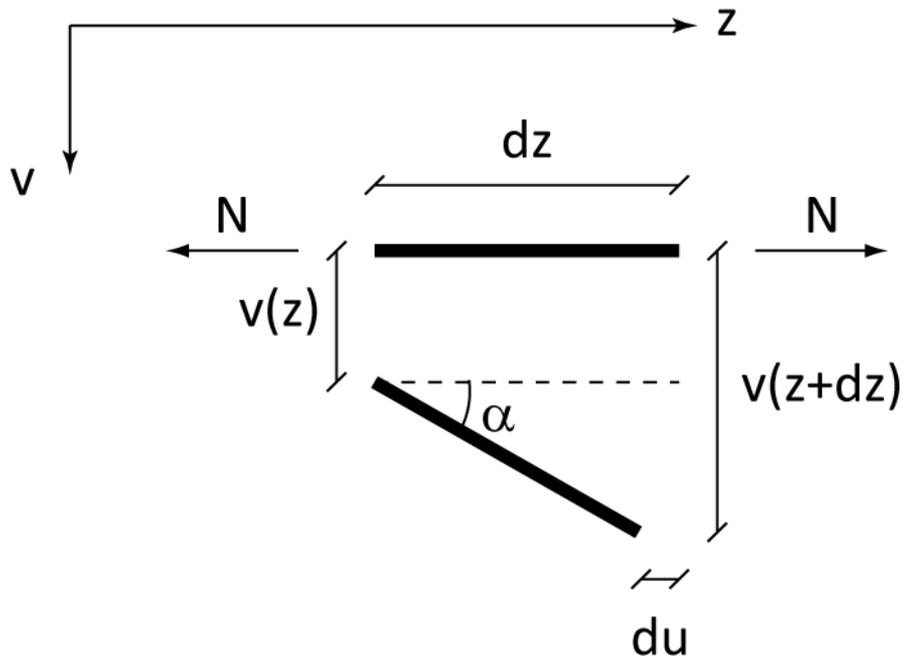
Configurazione  
Indeformata

Configurazione  
Deformata



- Momento flettente senza effetto P-Delta
- Momento flettente con effetto P-Delta: P di compressione
- Momento flettente con effetto P-Delta: P di trazione

L'effetto P-Delta viene introdotto considerando nella scrittura delle equazioni di equilibrio degli elementi anche il contributo, di ordine superiore, del lavoro compiuto dalle azioni assiali per deformazioni di flessione:



$$dL = -Ndu$$

$$dL = -N(1 - \cos \alpha) dz$$

$$dL = -\frac{N}{2} \cdot \left( \frac{dv}{dz} \right)^2 dz$$

Le funzioni di forma utilizzate per il campo di spostamenti restano invariate.  
L'equilibrio del generico elemento è espresso nella forma:

$$\left( \boxed{K_{=E}} - N \boxed{K_{=G}} \right) \underline{U} = \underline{F}$$

Matrice di Rigidezza Elastica

Matrice di Rigidezza Geometrica

Poiché la precedente relazione è funzione dello stato sollecitante presente nell'elemento, la soluzione sarà frutto di un processo iterativo.

Per elevati sforzi normali di compressione la rigidezza trasversale degli elementi tende ad annullarsi e, di conseguenza, gli spostamenti trasversali tendono a crescere indefinitamente.

In tali circostanze la struttura ha raggiunto il carico critico di instabilità.

La condizione critica viene raggiunta quando il determinante della matrice di rigidezza totale si annulla:

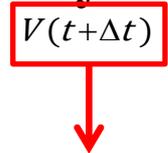
$$\det(\underline{\underline{K}}_T) = 0$$

$$\underline{\underline{K}}_T = \left( \underline{\underline{K}}_E - N \underline{\underline{K}}_G \right)$$

## NON LINEARITÀ GEOMETRICHE: GRANDI SPOSTAMENTI

Quando una struttura è soggetta a grandi spostamenti e/o a grandi deformazioni le equazioni di equilibrio devono riferirsi alla configurazione deformata.

Principio dei Lavori Virtuali:

$$\int_{V(t+\Delta t)} \sigma_{ij}^{t+\Delta t} \delta \varepsilon_{ij}^{t+\Delta t} dV = Lve^{t+\Delta t}$$


La configurazione finale rispetto alla quale eseguire il calcolo dei lavori virtuali è, a priori, incognita.

Uno degli approcci più efficaci per tener conto dell'effetto di grandi spostamenti è rappresentato dalla formulazione Lagrangiana (completa o modificata).

Secondo tale formulazione i contributi al lavoro virtuale vengono riferiti, mediante un approccio incrementale, ad una configurazione invariante, detta configurazione di riferimento, per mezzo dei tensori:

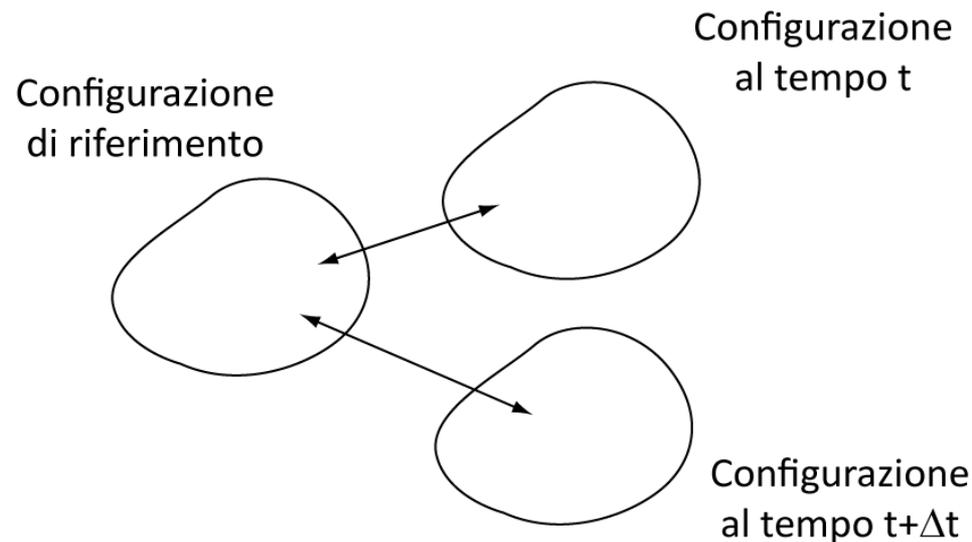
1. Secondo tensore di Piola – Kirchoff: tensore di sforzo al tempo  $t+\Delta t$  espresso nella configurazione di riferimento
2. Tensore di Green – Lagrange: tensore di deformazione finita, coniugato energeticamente col secondo tensore di Piola – Kirchoff

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \right)$$

Contributo di ordine superiore

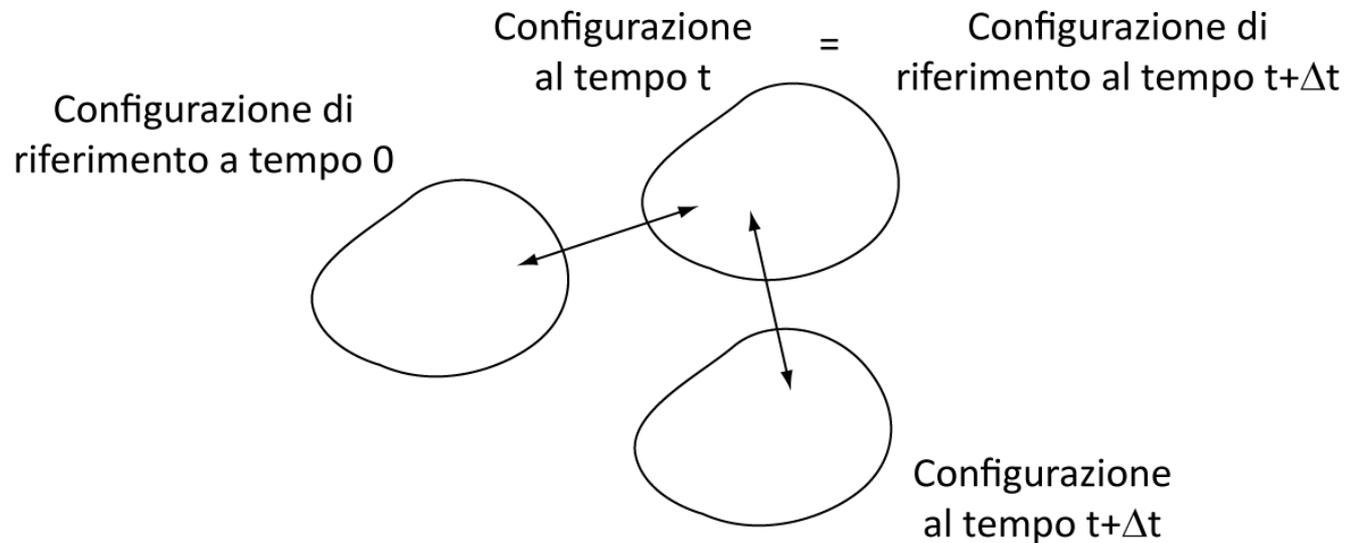
Se la configurazione di riferimento resta la medesima ad ogni passo di analisi si parla di:

- Formulazione Lagrangiana Completa (*Total Lagrangian Formulation*)



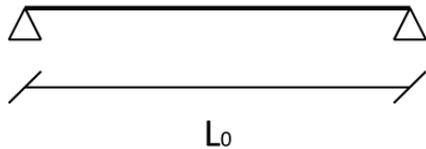
Viceversa se la configurazione di riferimento viene variata ad ogni passo di analisi si parla di:

- Formulazione Lagrangiana Modificata (*Updated Lagrangian Formulation*)

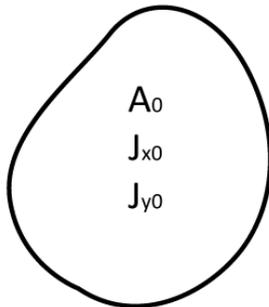


**N.B.** Una formulazione in grandi spostamenti NON implica necessariamente una formulazione in grandi deformazioni.

Elemento indeformato



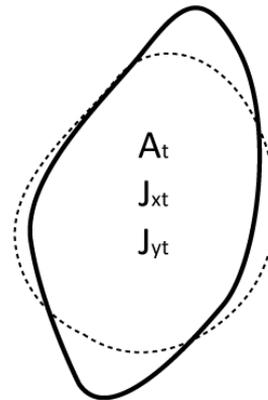
Sezione di partenza



Elemento al tempo t



Sezione al tempo t



Le possibili variazioni di forma e di comportamento degli elementi, dovuti al manifestarsi di grandi fenomeni deformativi, possono o meno essere ignorate.

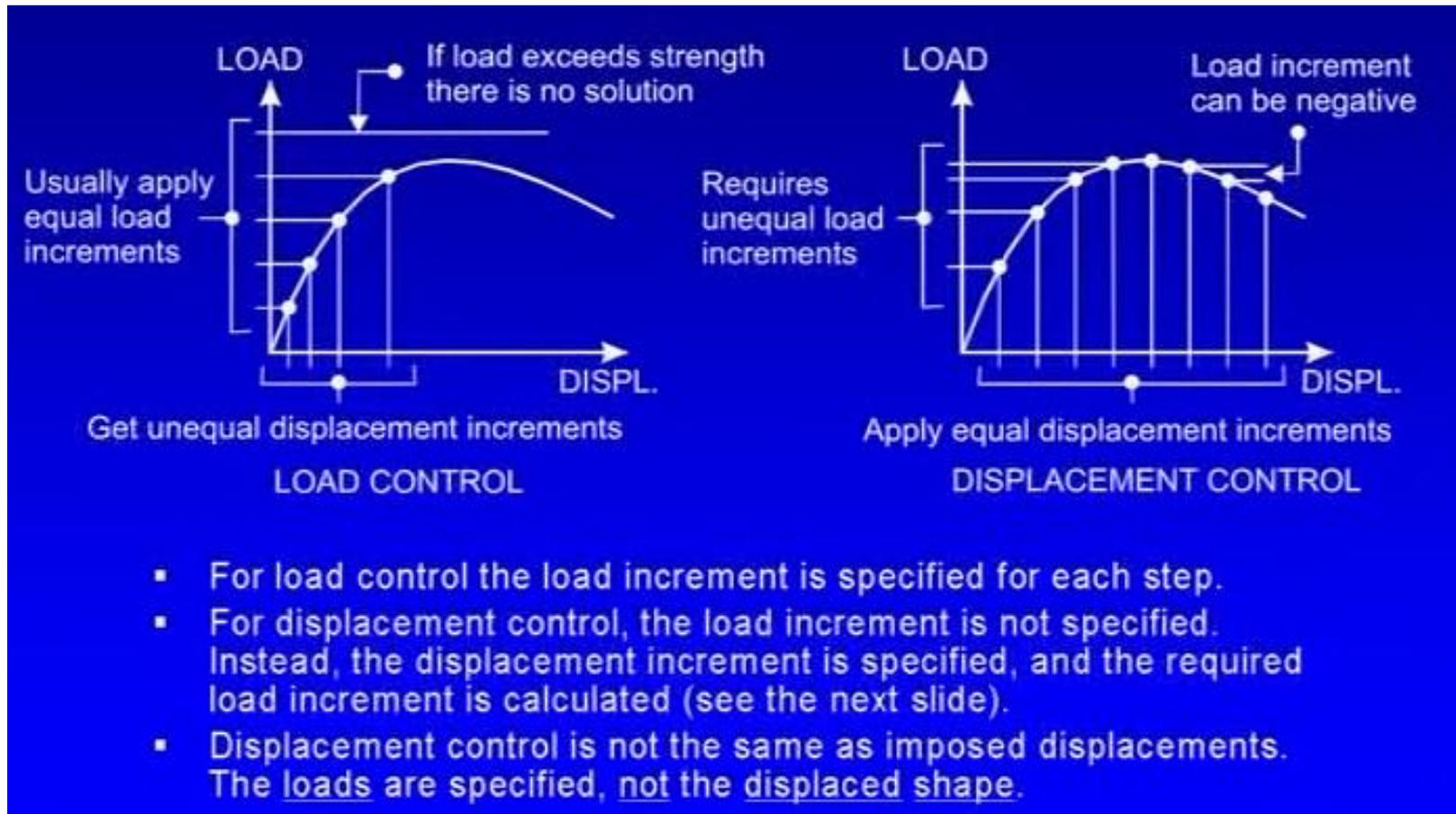
## NON LINEARITÀ GEOMETRICHE IN SAP2000

SAP2000 offre la possibilità di includere gli effetti delle non linearità geometriche attraverso due opzioni:

- Analisi non lineare, statica o dinamica, con effetto P-Delta
- Analisi non lineare, statica o dinamica, con effetto P-Delta e Grandi Spostamenti in regime di piccole deformazioni

In quest'ultimo caso la procedura di analisi si avvale della formulazione Lagrangiana modificata.

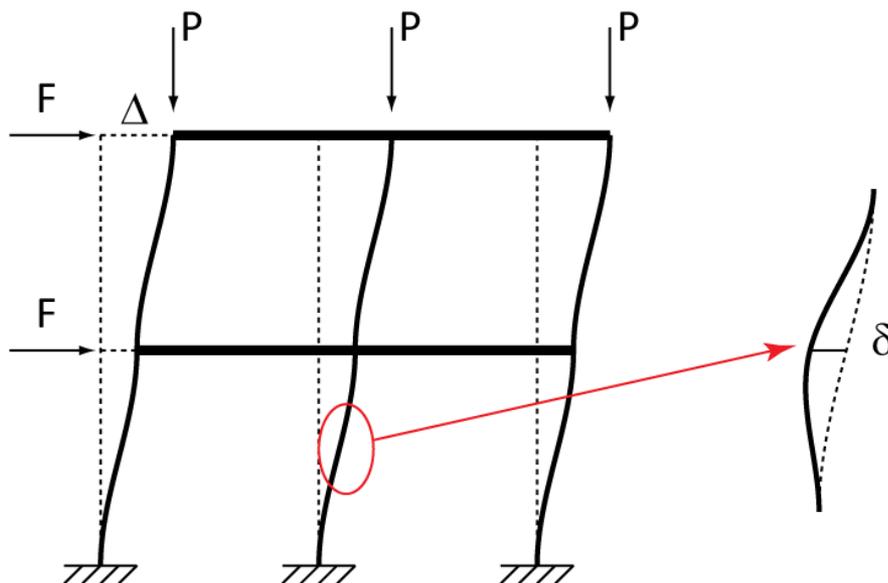
## CONTROLLO DI FORZA vs CONTROLLO DI SPOSTAMENTO



## ANALISI P-DELTA: CAMPO DI APPLICAZIONI

L'analisi non lineare con effetto P-Delta può essere impiegata per i seguenti scopi:

1. Valutare la sensibilità degli edifici ai fenomeni di instabilità dovuti ai carichi verticali.

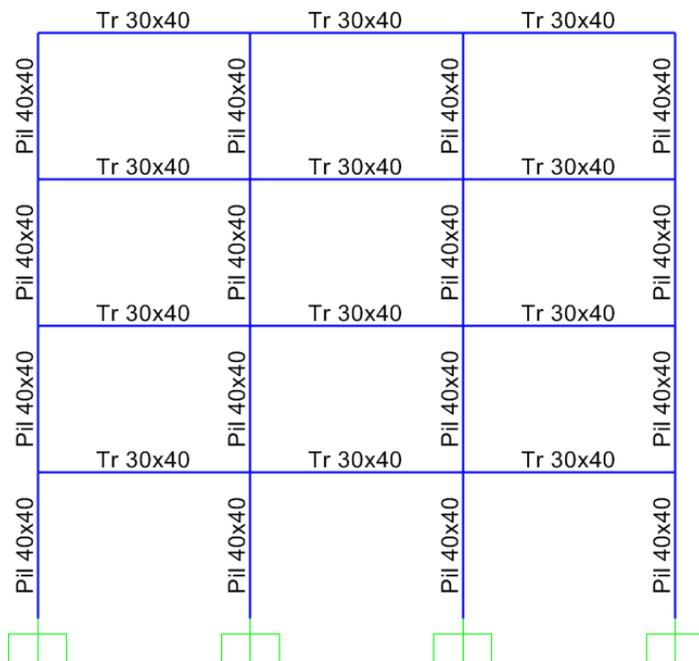


N.B. : per cogliere l'incidenza sia dell'instabilità globale che dell'instabilità locale del singolo elemento, è necessario che gli elementi verticali siano suddivisi in più segmenti.

Normalmente si effettua un'analisi P-Delta per cogliere gli effetti globali e si tiene conto degli effetti locali attraverso metodi approssimati (ad es. metodo della colonna modello).

Esempio: valutazione dell'influenza degli effetti del secondo ordine in una struttura in c.a.

NTC 2008 § 4.1.1.4 : *“Gli effetti del secondo ordine possono essere trascurati se sono inferiori al 10% dei corrispondenti effetti del primo ordine”*



Carichi permanenti sulle travi:

25 kN/m

Carico laterale agente:

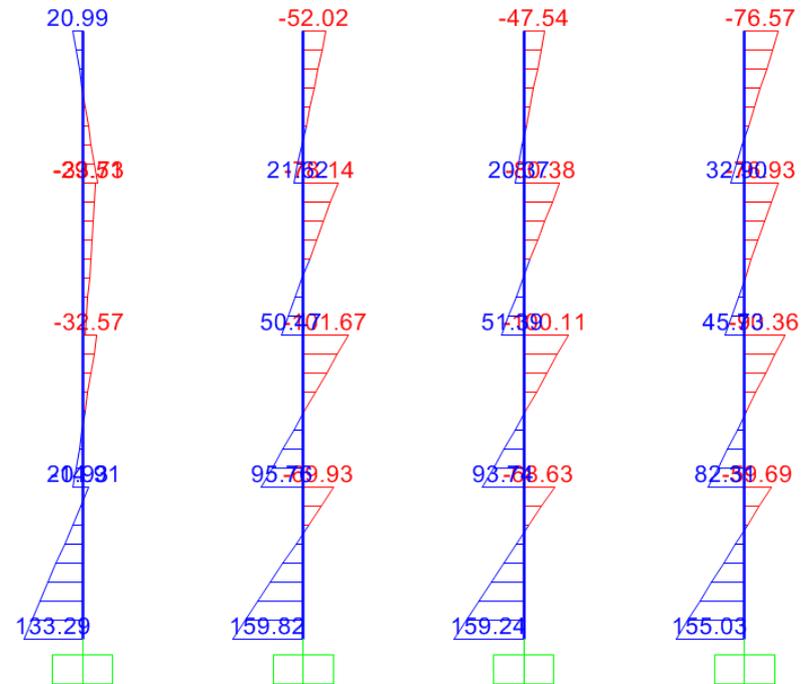
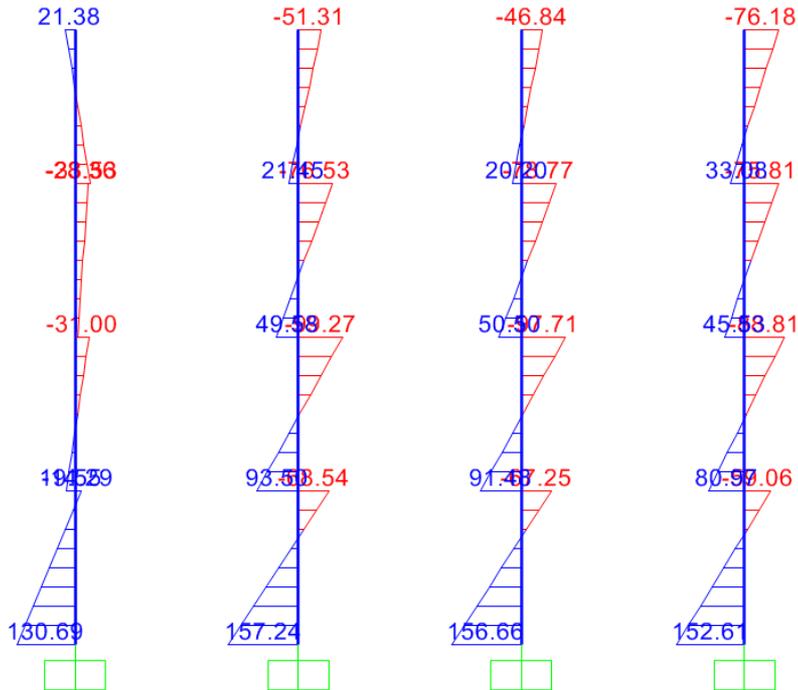
10% dei carichi permanenti

## Analisi svolte:

1. F                      analisi lineare statica con carichi permanenti e carichi laterali
2. VERT\_P-DELTA                      analisi non lineare statica dei soli carichi permanenti con effetto P-Delta
3. F\_P-DELTA                      analisi non lineare statica senza effetto P-Delta dei soli carichi laterali a partire dalla configurazione finale del caso VERT\_P-DELTA

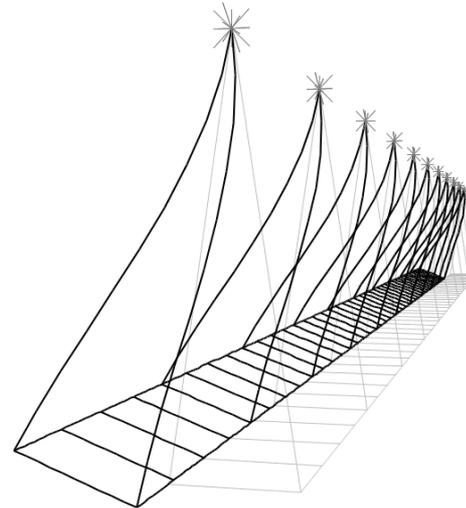
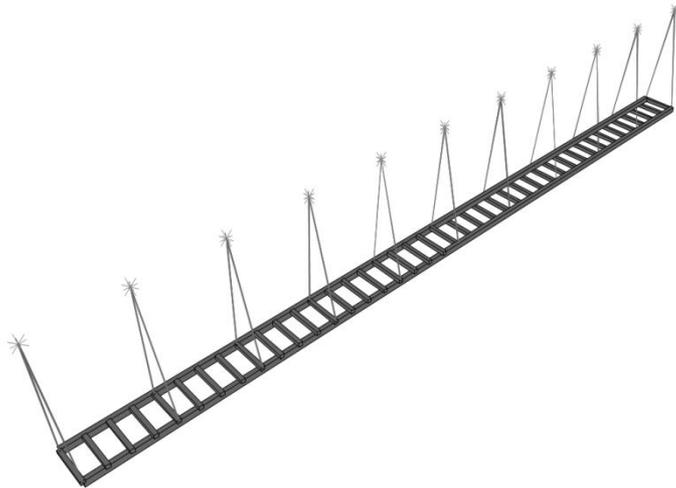
## Momenti flettenti caso F

## Momenti flettenti caso F\_P-DELTA



La differenza è dell'ordine del 2-3%.

2. Valutare la risposta di strutture la cui rigidità dipende fortemente dall'azione assiale negli elementi (ponti sospesi o strallati, torri strallate ecc...).



Periodo proprio della struttura:

6.27 s

Periodo della struttura considerando l'azione nei cavi:

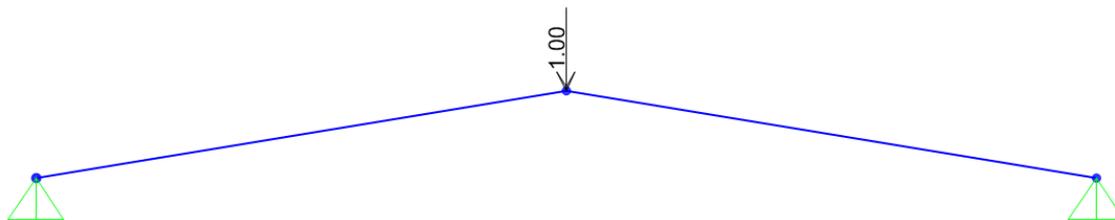
4.34 s

## ANALISI IN GRANDI SPOSTAMENTI: CAMPO DI APPLICAZIONI

L'analisi non lineare in grandi spostamenti può essere impiegata per i seguenti scopi:

1. Equilibrio di strutture soggette a grandi spostamenti (operazioni di sollevamento eccentrico, tenso strutture a comportamento membranale, strutture sospese, ecc...)
2. Analisi di buckling non lineare, analisi di snap-through buckling e analisi del comportamento post-critico

Esempio: analisi di snap-through di un arco a 3 cerniere



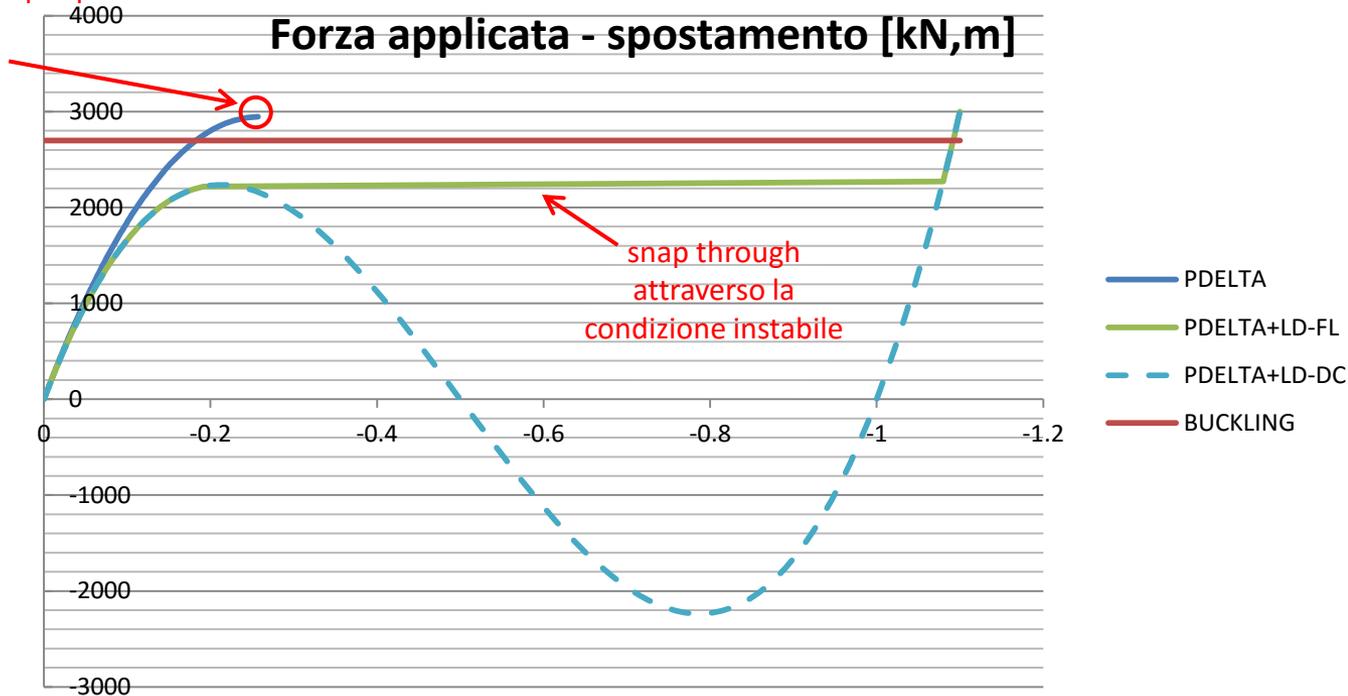
Luce = 6 m

Altezza vertice = 0.5 m

Profili: tubolari 200 x 8

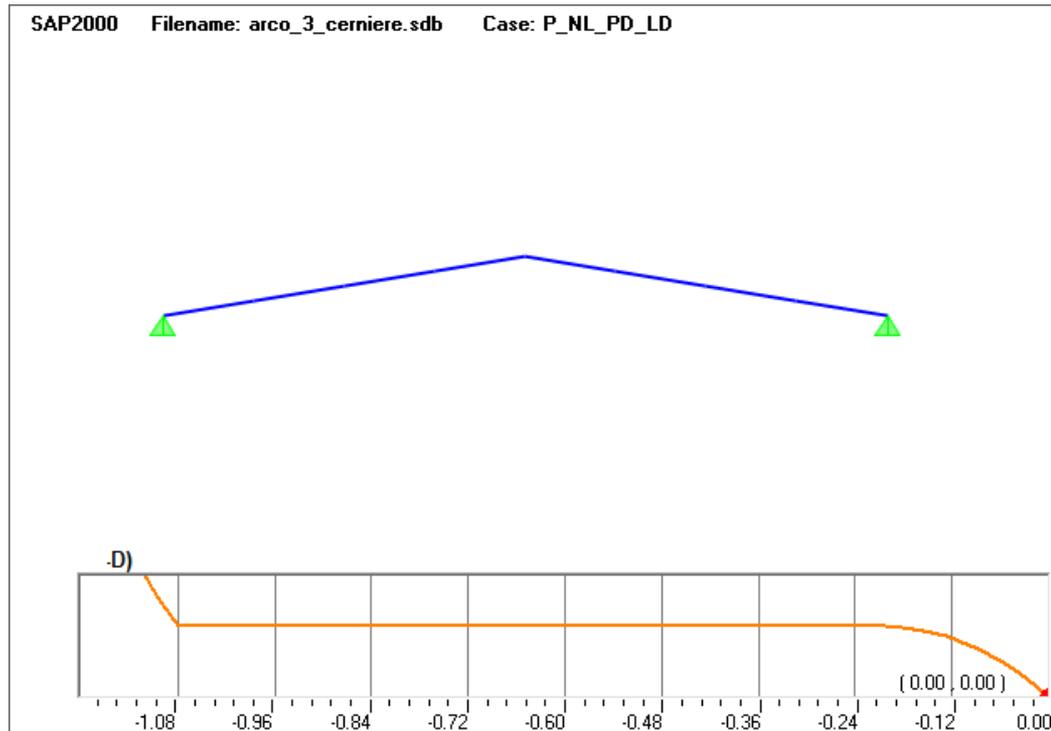
## Confronto fra l'analisi non lineare P-Delta e l'analisi P-Delta + Grandi Spostamenti

analisi interrotta per perdita di convergenza



L'analisi P-Delta perde convergenza quando la matrice di rigidezza diventa singolare. Viceversa l'analisi in grandi spostamenti riesce a cogliere correttamente il passaggio alla nuova configurazione di equilibrio.

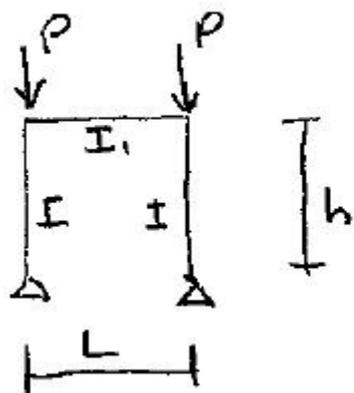
## Confronto fra l'analisi non lineare P-Delta e l'analisi P-Delta + Grandi Spostamenti



L'analisi P-Delta perde convergenza quando la matrice di rigidezza diventa singolare. Viceversa l'analisi in grandi spostamenti riesce a cogliere correttamente il passaggio alla nuova configurazione di equilibrio.

## ANALISI DI BUCKLING DI UN PORTALE

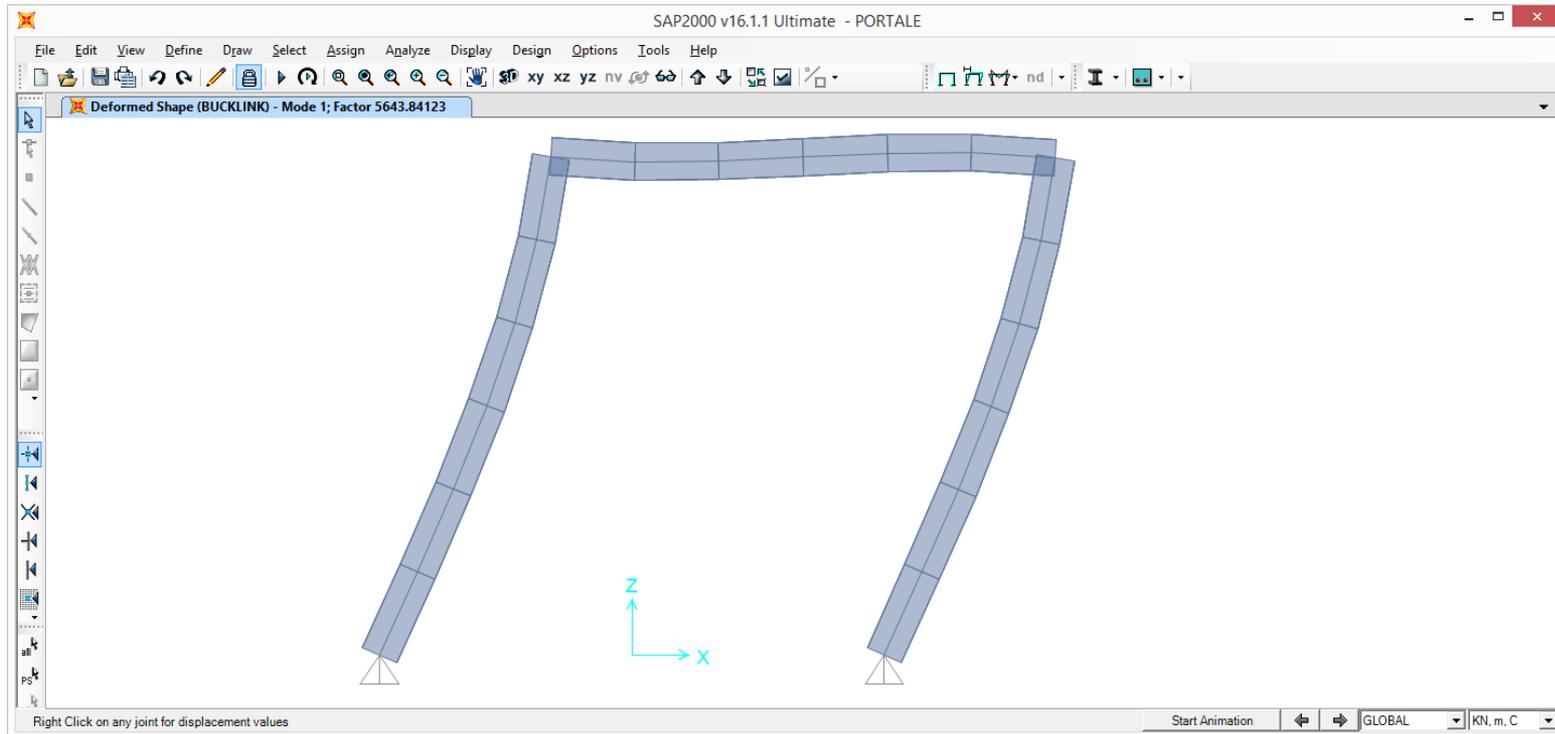
L'analisi di buckling può essere utilizzata per la determinazione della lunghezza libera d'inflessione di una struttura. A tale scopo, è spesso sufficiente invertire la formula di Eulero per la determinazione della lunghezza libera di inflessione nota a partire dal carico critico ottenuto proprio dall'analisi di buckling. Lo scopo è determinare la lunghezza libera di un'asta, governata da effetti globali (vincoli a terra o con altri elementi strutturali) e usufruire dei classici metodi di verifica, per esempio colonna modello, che tengono in conto anche delle imperfezioni e delle curve classiche d'instabilità.



$$P_{cr} = \frac{(kL)^2 EI}{h^2}$$

$$kL \tan kL = \frac{6I_1 h}{IL}$$

# ANALISI DI BUCKLING DI UN PORTALE



$$N_{cr} = 5643.84 \text{ kN}$$

$$H = 4000 \text{ mm}$$

$$E = 210 \text{ kN/mm}^2$$

$$J = 2.517 \text{E}8 \text{ mm}^4$$

$$L_0 = (p^2 EJ/N_{cr})^{0.5} = 9614 \text{ mm} \rightarrow L_0/H = 2.4$$

# ANALISI DI BUCKLING DI UN PORTALE

644

ne casi limiti quelli di travso infinitamente rigido o perfettamente flessibile, si ottiene:

$2 < \beta \leq \infty$  se la base è incernierata;

$1 \leq \beta \leq 2$  se la base è incastrata.

In questo caso il campo di variabilità di  $\beta$  è notevolmente ampio ed è pertanto più facile commettere errori nella valutazione della lunghezza di libera inflessione.

Quanto sopra esposto per telai monopiani, può essere generalizzato a telai a più piani (fig. 9.143).

Anche in questo caso la lunghezza di libera inflessione  $L_c$  è comunque inferiore a  $L$  per telai a nodi fissi, mentre risulta  $L_c > L$  per telai a nodi spostabili. La lunghezza di libera inflessione  $L_c$  dipende dalle mutue rigidità delle travi e delle colonne e dalla distribuzione del carico applicato sul telaio. Per poterla valutare correttamente è necessario conoscere:

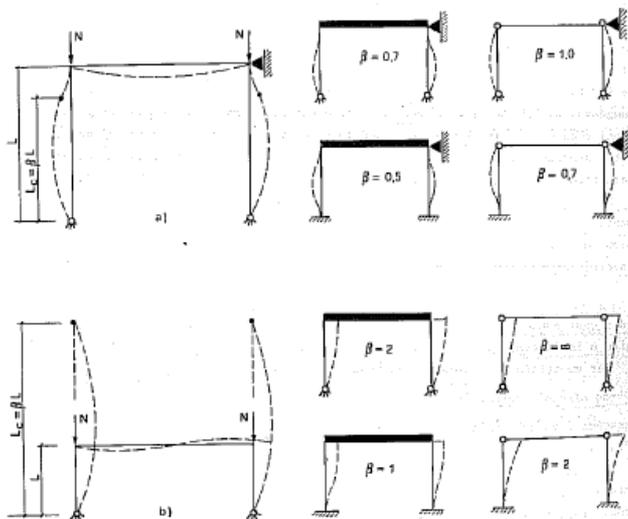


Fig. 9.142

645

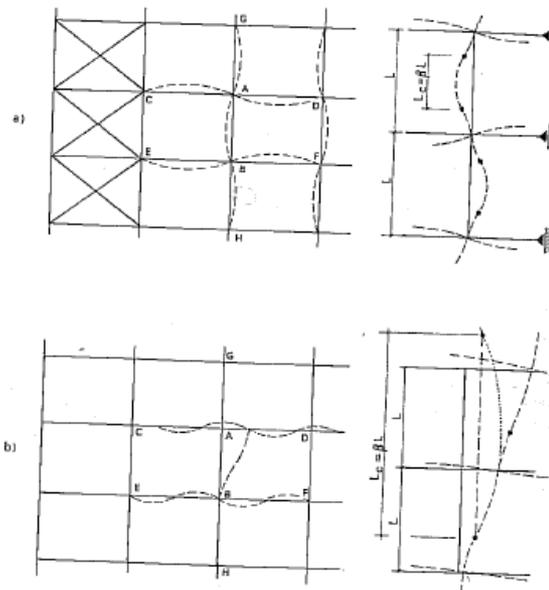
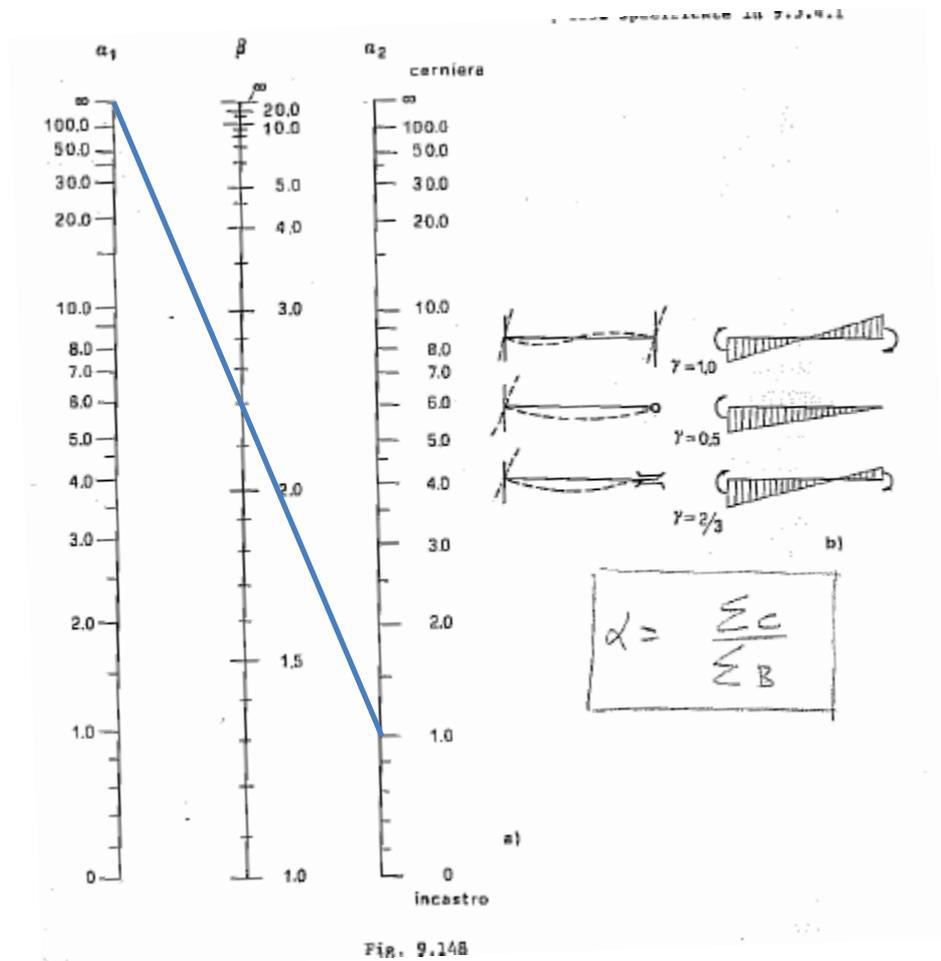


Fig. 9.143

- il moltiplicatore critico dei carichi, immaginando un comportamento indefinitamente elastico;
  - la forma della deformata in corrispondenza del carico critico;
  - la distanza fra due punti consecutivi di flesso di detta deformata.
- E' evidente che questo calcolo è impronibile ai fini pratici, per la difficoltà di valutare il carico e la deformata critica; inoltre esso andrebbe ripetuto per ogni condizione di carico, perchè la lunghezza di libera inflessione dipende anche dal mutuo rapporto dei carichi assiali nelle colonne appartenenti ai vari piani. Inoltre non vale la pena condurre un tipo di calcolo

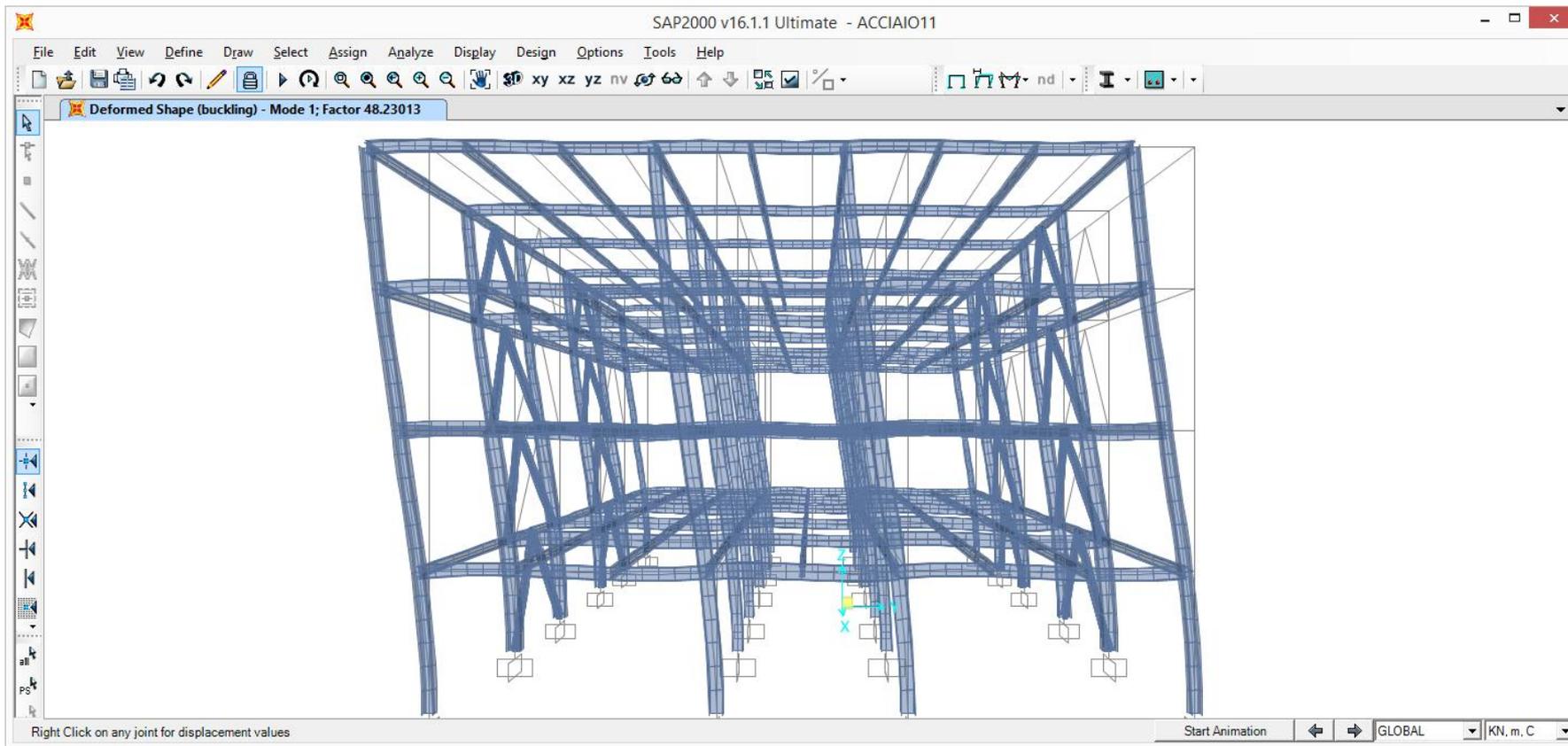
Strutture in acciaio, Ballio, Mazzolani

# ANALISI DI BUCKLING DI UN PORTALE

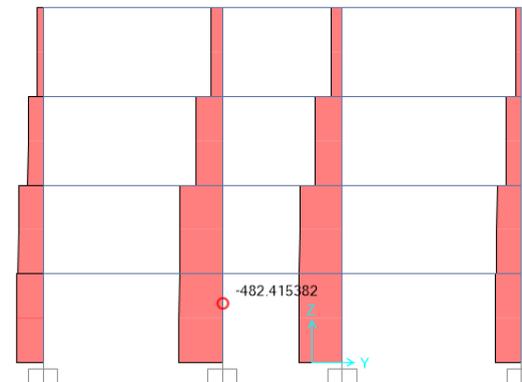
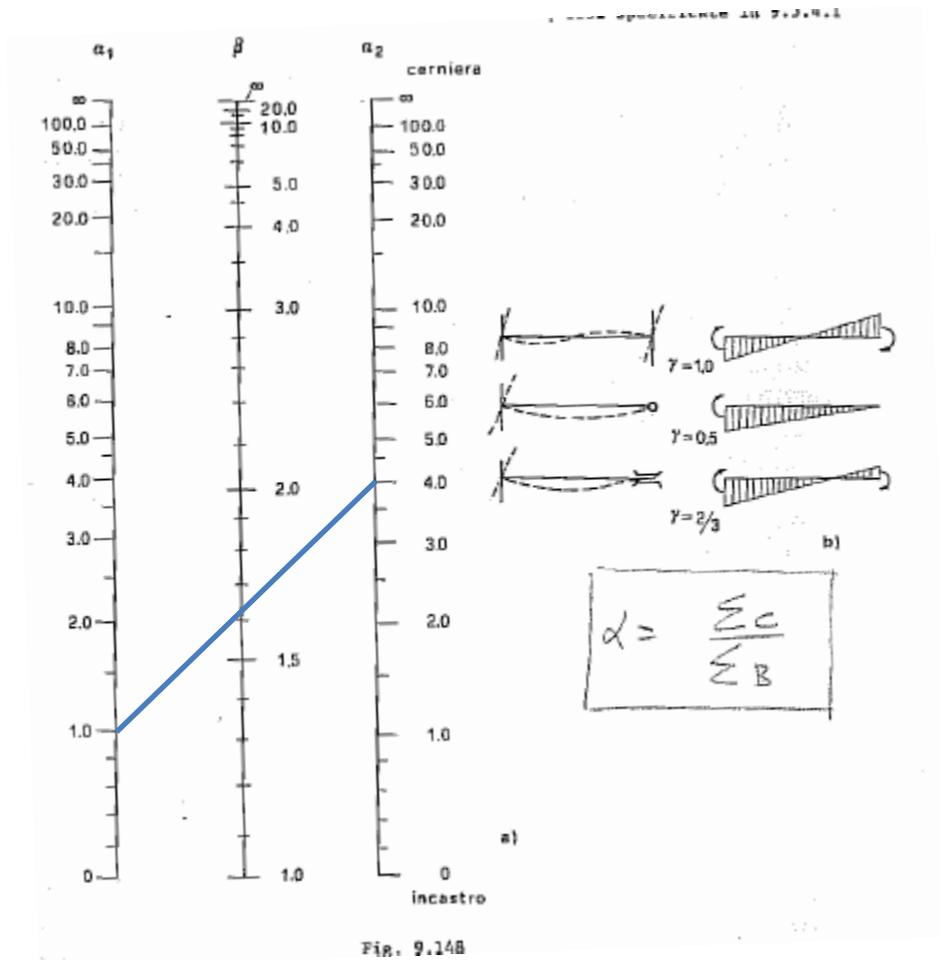


Strutture in acciaio, Ballio, Mazzolani

# ANALISI DI BUCKLING DI UN EDIFICIO



# ANALISI DI BUCKLING DI UN EDIFICIO



$$N_{cr} = 482.4 \times 48.23 = 23266 \text{ kN}$$

$$H = 3000 \text{ mm}$$

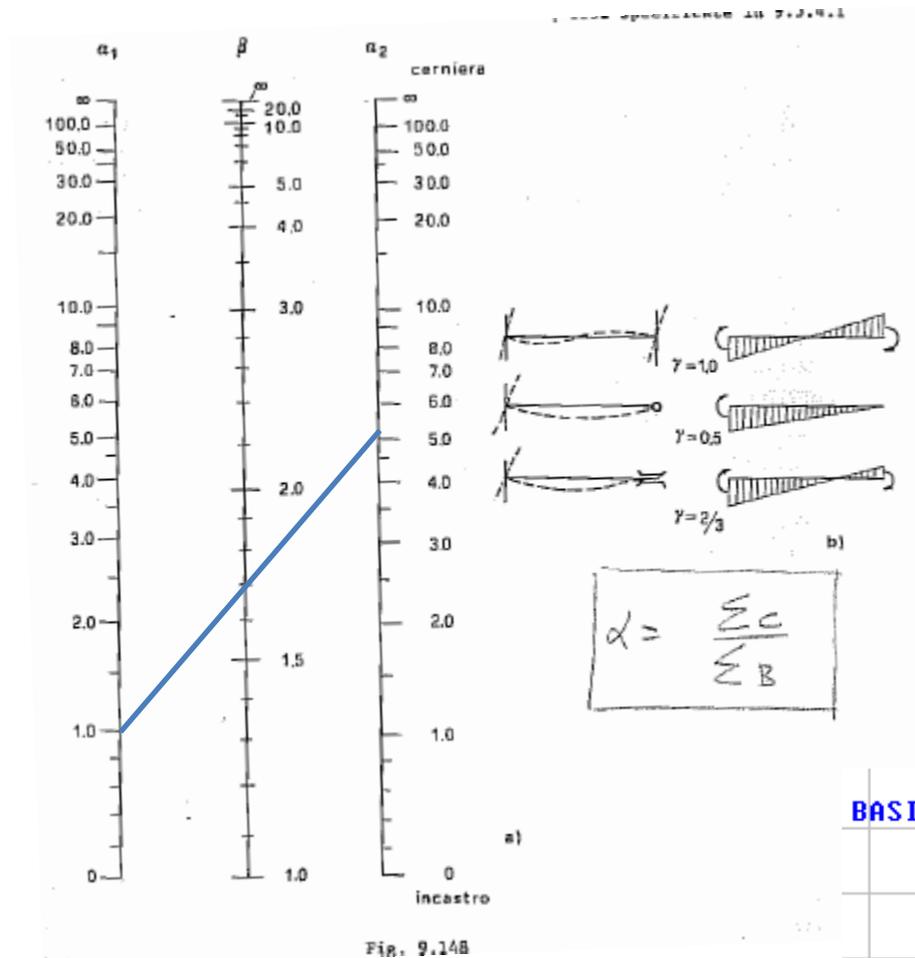
$$E = 210 \text{ kN/mm}^2$$

$$J = 3.666 \text{ E}8 \text{ mm}^4$$

$$L_0 = (p^2 EJ / N_{cr})^{0.5} = 5711 \text{ mm} \rightarrow$$

$$L_0 / H = 1.9$$

# ANALISI DI BUCKLING DI UN EDIFICIO



$\alpha_1 = 0$  (incastro, si consiglia 1 per tener in conto della non infinita rigidezza dell'incastro, cfr Ballio-Mazzolani, Strutture in acciaio);

$$k_i = \gamma_i I_i / L_i$$

$$\alpha_2 = 5.09$$

$$\beta = 1.7$$

BASIC FACTORS			
Buckling Mode	K Factor	L Factor	Lcr/i
Major (y-y)	1.705	1.000	34.943
Major Braced	0.847	1.000	17.352
Minor (z-z)	1.000	1.000	39.853
Minor Braced	1.000	1.000	39.853
LTB	1.000	1.000	39.853